

Devoir à la maison 2

à rendre le lundi 19 septembre 2016

Exercice 1 :

Résoudre l'équation d'inconnue $x \in \mathbb{R} : \sqrt{x+23} - x - 3 = 0$

Exercice 2 : On donne $0.69 < \ln 2 < 0.70$.

1. Question préliminaire :

(a) Montrer que l'équation $x^2 + \ln x = 0$ admet une unique solution sur $]0, +\infty[$.
On la notera α .

(b) Montrer que $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.

Dans toute la suite, on considère la fonction f définie sur $[\frac{1}{2}, 1]$ par : $\forall x \in [\frac{1}{2}, 1], f(x) = x - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4} \ln x$.

2. (a) Dresser le tableau de variations complet de f .

(b) En déduire que pour tout $x \in [\frac{1}{2}, 1], f(x) \in [\frac{1}{2}, 1]$.

3. Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$. (*indication : garder la lettre f!*)

(a) calculer u_1 .

(b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, u_n \in [\frac{1}{2}, 1]$.

(c) Déterminer la monotonie de la suite.

(d) Montrer alors que la suite converge, et déterminer sa limite.

Pour ceux qui veulent en faire plus :

plus facile : Résoudre l'équation $6e^{5x+2} - 7\sqrt{e^{8x+4}} + e^{3x+2} = 0$

plus difficile : Résoudre, selon le paramètre $m \in \mathbb{R}$, l'inéquation d'inconnue $x : \frac{x}{m-1} - \frac{3x-1}{2} > \frac{x+2}{4(m-1)}$.

Devoir à la maison 2

à rendre le lundi 19 septembre 2016

Exercice 1 :

Résoudre l'équation d'inconnue $x \in \mathbb{R} : \sqrt{x+23} - x - 3 = 0$

Exercice 2 : On donne $0.69 < \ln 2 < 0.70$.

1. Question préliminaire :

(a) Montrer que l'équation $x^2 + \ln x = 0$ admet une unique solution sur $]0, +\infty[$.
On la notera α .

(b) Montrer que $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.

Dans toute la suite, on considère la fonction f définie sur $[\frac{1}{2}, 1]$ par : $\forall x \in [\frac{1}{2}, 1], f(x) = x - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4} \ln x$.

2. (a) Dresser le tableau de variations complet de f .

(b) En déduire que pour tout $x \in [\frac{1}{2}, 1], f(x) \in [\frac{1}{2}, 1]$.

3. Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$. (*indication : garder la lettre f!*)

(a) calculer u_1 .

(b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, u_n \in [\frac{1}{2}, 1]$.

(c) Déterminer la monotonie de la suite.

(d) Montrer alors que la suite converge, et déterminer sa limite.

Pour ceux qui veulent en faire plus :

plus facile : Résoudre l'équation $6e^{5x+2} - 7\sqrt{e^{8x+4}} + e^{3x+2} = 0$

plus difficile : Résoudre, selon le paramètre $m \in \mathbb{R}$, l'inéquation d'inconnue $x : \frac{x}{m-1} - \frac{3x-1}{2} > \frac{x+2}{4(m-1)}$.