Devoir à la maison 2

à rendre au plus tard le mercredi 25 septembre 2013

Exercice 1:

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$, l'équation $x = \sqrt{x} + 2$.
2. Calculer les sommes suivantes en fonction de $n \in \mathbb{N}^*$: $\sum_{k=0}^{n} (-1)^{k+1} 2^{n-k}$ et $\sum_{k=0}^{n} \frac{2^k}{k!(n-k)!}$.
3. Soit $p \in \mathbb{N}^*$ fixé. Montrer que pour tout entier $n \geq p$, $\sum_{k=p}^{n} \binom{k}{p} = \binom{n+1}{p+1}$.

Exercice 2:

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \prod_{k=1}^{n} (1 + \frac{k}{n^2})$ et $v_n = \ln u_n$.

1. (a) Calculer u_1, u_2 et u_3.
   (b) Ecrire pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, v_n sous forme de somme.
2. Montrer : $\forall x \in \mathbb{R}^+$, $x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1 + x) \leq x$.
3. En déduire un encadrement de v_n pour $n \in \mathbb{N}^*$.
4. Déterminer alors la limite de u_n quand n tend vers $+\infty$.

Devoir à la maison 2

à rendre au plus tard le mercredi 25 septembre 2013

Exercice 3:

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$, l'équation $x = \sqrt{x} + 2$.
2. Calculer les sommes suivantes en fonction de $n \in \mathbb{N}^*$: $\sum_{k=0}^{n} (-1)^{k+1} 2^{n-k}$ et $\sum_{k=0}^{n} \frac{2^k}{k!(n-k)!}$.
3. Soit $p \in \mathbb{N}^*$ fixé. Montrer que pour tout entier $n \geq p$, $\sum_{k=p}^{n} \binom{k}{p} = \binom{n+1}{p+1}$.

Exercice 4:

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \prod_{k=1}^{n} (1 + \frac{k}{n^2})$ et $v_n = \ln u_n$.

1. (a) Calculer u_1, u_2 et u_3.
   (b) Ecrire pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, v_n sous forme de somme.
2. Montrer : $\forall x \in \mathbb{R}^+$, $x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1 + x) \leq x$.
3. En déduire un encadrement de v_n pour $n \in \mathbb{N}^*$.
4. Déterminer alors la limite de u_n quand n tend vers $+\infty$.

Devoir à la maison 2

à rendre au plus tard le mercredi 25 septembre 2013

Exercice 5:

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$, l'équation $x = \sqrt{x} + 2$.
2. Calculer les sommes suivantes en fonction de $n \in \mathbb{N}^*$: $\sum_{k=0}^{n} (-1)^{k+1} 2^{n-k}$ et $\sum_{k=0}^{n} \frac{2^k}{k!(n-k)!}$.
3. Soit $p \in \mathbb{N}^*$ fixé. Montrer que pour tout entier $n \geq p$, $\sum_{k=p}^{n} \binom{k}{p} = \binom{n+1}{p+1}$.

Exercice 6:

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \prod_{k=1}^{n} (1 + \frac{k}{n^2})$ et $v_n = \ln u_n$.

1. (a) Calculer u_1, u_2 et u_3.
   (b) Ecrire pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, v_n sous forme de somme.
2. Montrer : $\forall x \in \mathbb{R}^+$, $x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1 + x) \leq x$.
3. En déduire un encadrement de v_n pour $n \in \mathbb{N}^*$.
4. Déterminer alors la limite de u_n quand n tend vers $+\infty$.